

Policubos

por

ÓSCAR CARRIÓN LOSTAL

(IES Valdespartera, Zaragoza)

Los *policubos* o multicubos (denominación que usan para su comercialización), se venden en bolsas de 200 piezas, de 2 cm de arista, y en 10 colores distintos, donde también existe la posibilidad de comprar una base para la colocación de dichas piezas.

Es un material didáctico muy importante para desarrollar en nuestros alumnos los conceptos matemáticos que les queremos transmitir. En edades tempranas, etapa de *Infantil*, pueden realizar recitados de la serie numérica, construcciones de una colección dado un cardinal, hallar el cardinal de una colección dada, seriaciones, etc. En *Primaria* y *Secundaria*, partiendo de figuras sencillas y aumentando el grado de dificultad, podemos trabajar conceptos de vértices, caras y aristas, cálculo de áreas y volúmenes, simetrías, cuándo se consideran dos figuras iguales en geometría, etc.

Con este material los alumnos potencian la *visión espacial*, que es una habilidad que les cuesta ejercitar a nuestros alumnos. En este sentido se puede proponer que dibujen distintas figuras que hayan construido con los policubos, en una trama isométrica, para que vean el efecto de las tres dimensiones. También es conveniente que a partir de la figura obtengan las vistas: alzado, planta y perfil y que las dibujen en una trama cuadrada ya que les ayuda a calcular el área total de la figura, así como el proceso inverso, dadas las vistas de una figura, que sean capaces de construirla con policubos. En esta parte sería conveniente coordinarnos con otras áreas como Tecnología y Dibujo Técnico, ya que también trabajan la visualización.

En relación con lo expuesto, propongo la siguiente colección de actividades que pueden ser utilizadas en el Primer Ciclo de ESO:

Desarrollo de la actividad

1. Manipulación y familiarización por parte del alumno del material utilizado: que vean cómo se encajan las piezas, y que empiecen a construir figuras sin ninguna indicación específica.
2. Dado un policubo, ¿qué nombre tiene en matemáticas dicha figura?, ¿cuántos vértices, caras y aristas tiene? Investiga y dibuja cuántos desarrollos planos admite dicha figura, ¿sabes cómo se denomina en matemáticas a dichos desarrollos planos?, define tal concepto.
3. La asociación de distintos policubos consiste en unirlos por una de sus caras, por lo que una asociación de dos policubos se denomina *bicubo*, y cuya vista en una trama isométrica se puede ver en la figura 1. ¿Existe algún bicubo distinto al dibujado?, si la arista de uno de esos cubos es una unidad, ¿cuál es el área total de ese bicubo? Para contestar a la pregunta, te pueden ayudar las vistas de la figura, para ello recuerda que el *alzado* es la vista de frente, el *perfil* es la vista desde el lado izquierdo al alzado, y la *planta* es la vista desde arriba. En la figura 2 tienes las vistas del bicubo anterior
4. Investiga y dibuja todos los policubos distintos que se pueden construir con 3 cubos en una trama isométrica. ¿Cómo se llaman dichas figuras? Realiza una clasificación por su forma. Dibuja en una trama cuadrada sus vistas. ¿Cuál es el área total de cada uno de ellos? ¿Cuál es su volumen? Saca tus propias conclusiones.
5. Ídem que el ejercicio anterior, pero ahora para los policubos distintos que se pueden construir con 4 cubos. ¿Cuál de ellos es el de menor área?, ¿por qué?
6. Identifica de los policubos contruidos con 3 y 4 cubos, cuáles no son convexos. ¿Cuántos te quedan de 3 y 4 cubos?, ¿cuántos cubos tienes en total? Si quisiéramos construir un cubo más grande con ese número total de cubos, ¿podríamos?, ¿cuál sería su arista ahora?
7. Con las piezas que te quedan del ejercicio 6, es decir, las figuras no convexas de 3 y 4 cubos, cada una de un color distinto, vas a construir un cubo. A continuación tienes que indicar las instrucciones de construcción sobre una trama isométrica,

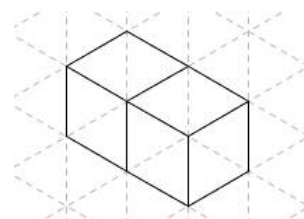


Figura 1

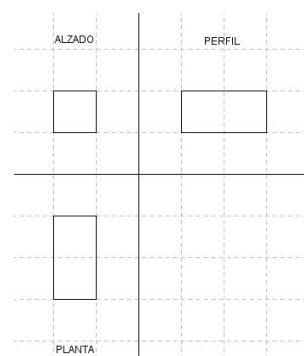


Figura 2

para que simplemente con su visualización siempre seas capaz de montar dicho cubo. Posteriormente, con las soluciones aportadas por tus compañeros, tenéis que ser capaces de comparar y verbalizar las distintas soluciones encontradas, además de saber montar las construcciones del cubo de tus compañeros con sus instrucciones específicas.

Nota. Es importante, ya que en general es lo que más les cuesta a nuestros alumnos, que dibujen las distintas figuras en una trama isométrica, para que desarrollen su visión espacial. Una vez que hayan adquirido una cierta destreza, podemos indicarles que pueden hacer las figuras a través de software gratuito, como es el programa *Geogebra* (es el utilizado en las distintas figuras del artículo). Para ello tan solo hay que darles unas indicaciones básicas:

- 1) Página web donde aparece y que se pueden bajar gratuitamente según el dispositivo que utilicen nuestros alumnos: <https://www.geogebra.org/>
- 2) En el menú *Vista* elegir la opción de *Disposición*, a continuación en *Vistas- Opción Gráfica*, elegir la opción de *Cuadrícula* y activar la opción de *Muestra Cuadrícula*, y en tipo de cuadrícula elegimos la opción: *Isométrica* (si queremos dibujar en tres dimensiones la figura) o *Cartesiano* (si queremos dibujar las vistas de la figura)

Otras actividades

- 1) En la preparación para la *Olimpiada Aragonesa de 2º ESO* de este año 2015 y cuya semifinal tuvo lugar el pasado mes de marzo, apareció la siguiente actividad de preparación:

<https://sites.google.com/site/xxivoma2015/preparacion>

Tenemos un cubo que tiene 5 cm de arista y está agujerado de lado a lado como se ve en la figura 3. Si la sección de dichos agujeros es un cuadrado de 1 cm de lado, ¿podrías calcular el volumen total del cubo así perforado? (Problema 15.9)

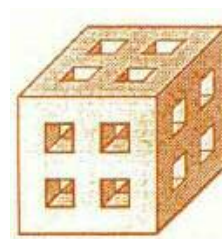


Figura 3

- 2) Actividades para contar el número de cubos que tienen una serie de figuras, aparecidas en el libro *Invitación a la Didáctica de la Geometría*, de Claudi Alsina y otros, de la editorial Síntesis, número 12.

En dicho libro también aparecen distintas actividades para reconocer figuras en tres dimensiones que son iguales, ya que presentan giros, y también realizan un cuadro con las distintas representaciones de los objetos: isométrica, ortogonal (vistas), topográfica (niveles), perspectiva (punto de visión), código personal (leyenda) (ver páginas 65-71).

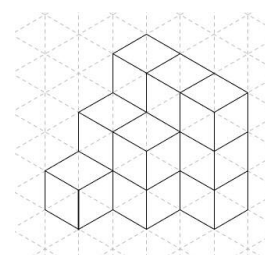


Figura 4

- 3) Actividad de cubos con túneles, que aparece en el libro *Recursos en el aula de matemáticas*, de Francisco Hernán y Elisa Carrillo, de la editorial Síntesis, número 34. El cubo más pequeño que puede construirse con túneles es el $3 \times 3 \times 3$. Los túneles van de cada cara a su opuesta. Contar el número de cubos que hay en la figura 5.

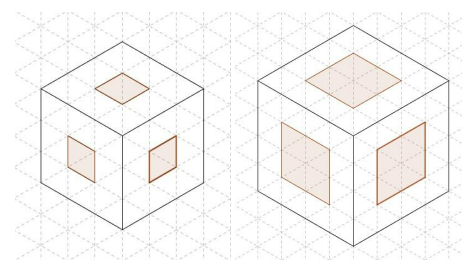


Figura 5

- 4) Una actividad interesante que os propongo ya para nuestros alumnos de 4.º ESO opción b o ya para bachillerato de ciencias, y que resulta bastante interesante, es que intenten ver y razonar la relación que se cumple entre el tipo de cubo y los cubitos que hay en la estructura de las figuras anteriores del ejercicio anterior, así como el equivalente en los túneles. Así se introducen nuestros alumnos en los procesos de generalización con expresiones o fórmulas.

Otras referencias

- [1] *Libro de Geometría de 2º ESO*, Actividades para los alumnos y las alumnas del Ministerio de Educación y Ciencia, de los autores Salvador Caballero y otros, con ISBN, 84-7579-954-X
- [2] *Libro de texto de Matemáticas de 2º ESO* de la Editorial Marfil, el cual incluye muchas de las actividades citadas en el libro anterior, de los autores Lluís M. Botella y otros, de ISBN, 978-84-268-1353-4